Exercice12

$f(x)=\frac{1}{x};x\in]0,+\infty[$

1) f est continue sur $]0,+\infty[$ donc f admet une seule primitive F vérifiant : $F(1)=0$

2) F est dérivable sur $]0,+\infty[$ et

$F'(x)=f(x)=\frac{1}{x}>0, x>0$

Donc F est strictement croissante sur $\square_+^*$

* $x>1\Rightarrow F(x)>F(1)\Rightarrow \boxed{F(x)>0}$

* $x<1\Rightarrow F(x)<F(1)\Rightarrow \boxed{F(x)<0}$

3) $F(x)=F(ax), x>0, a>0$

a/ $x\mapsto u(x)=ax$ est dérivable sur $]0,+\infty[$

$U(]0,+\infty[)=]0,+\infty[$ et F est dérivable sur $]0,+\infty[$

$\Rightarrow H=Fou$ est dérivable sur $\square_+^*$

On a : $H'(x)=(ax)'\times F'(ax)=a\times f(ax)$

$=\not{a}\times\frac{1}{\not{a}x}=\frac{1}{x}=f(x)$

$\Rightarrow H'(x)=f(x)\Rightarrow H$ est une primitive de f sur $]0,+\infty[$.

b/ $H'(x)=f(x)$ et $(F(a)+F(x))'=f(x)$

$\Rightarrow H(x)=F(a)+F(x)+cte$

Pour $x=1$ on a :

$\square=\square\ \square$

$H(1)=F(a)+F(1)+cte=F(a)\Rightarrow cte=0$

$\Rightarrow H(x)=F(a)+F(x)$

$\Rightarrow \boxed{F(ax)=F(a)+F(x)}; x>0,\ a>0$

c) $a>0\Rightarrow\frac{1}{a}>0$

$$\begin{cases} F(\frac{a}{a})=F\left(\frac{1}{a}\times a\right)=F\left(\frac{1}{a}\right)+F(a) \\ F\left(\frac{a}{a}\right)=F(1)=0 \end{cases} \Rightarrow F\left(\frac{1}{a}\right)=-F(a)$$

$F(\frac{x}{a})=F\left(x\times\frac{1}{a}\right)=F(x)+F\left(\frac{1}{a}\right)=F(x)-F(a)$

Donc : $\boxed{F\left(\frac{x}{a}\right)=F(x)-F(a)}$

4)

$\left[F(-x)\right]'=(-x)'\times F'(-x)=(-1)\times f(-x)$

$=(-1)\times\frac{1}{-x}=\frac{1}{x}=g(x)$

et $F(-(-1))=f(1)=0$

Donc $F(-x)$ est une primitive de g sur $]-\infty,0[$ qui s'annule en -1.

Exercice13

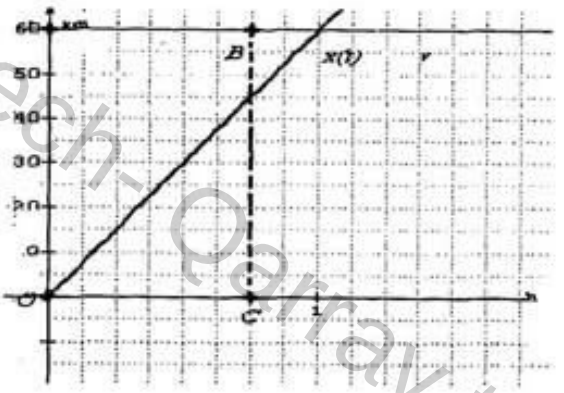
a) $V=60km/h$

$2h45mn=165mm$

$x=V\times t=165km$

b) $x(t)=V\times t=60t$

c) Courbe $x(t)$ et v :



d) A : aire du rectangle $OABC$.

$A(t)=60t$ (Unité d'aire) $=60t\times 4.cm^2$

$\boxed{A(t)=240t\,cm^2}$

$\Rightarrow \boxed{A(t)=4x(t)\,cm^2}$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn